

Nome _____ N.º _____ Turma _____ Data ____/jan./2019

Avaliação _____ Professor _____

Grupo I

Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Para cada um deles, escolhe a única opção correta.

- Seja a um número real maior do que 1.
Seja $b = \log_a(18)$ e seja $c = \log_a(2)$.
Qual é o valor de $a^{\frac{b-c}{2}}$?
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12
- Sejam a e b números reais maiores do que 1 tais que $\log_b(a) = 4$.
Qual é o valor de $\log_a(ab^2)$?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$
- Para um certo número real k , tem-se $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{4n}\right)^{n+1} = \sqrt{e}$.
Qual é o valor de k ?
(A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3
- Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x-1}(e^x-1)}{x^2-x}$?
(A) $-e$ (B) $-\frac{1}{e}$ (C) $\frac{1}{e}$ (D) e
- O código de um cofre é uma sequência de cinco algarismos diferentes de 0.
O João não sabe o código, mas sabe que este contém dois algarismos ímpares diferentes e três algarismos pares, dos quais dois são iguais.
O João vai tentar abrir o cofre.
Qual é a probabilidade (valor arredondado às centésimas de milésimas) de o João o conseguir, com uma única tentativa?
(A) 0,000 12 (B) 0,000 13 (C) 0,000 14 (D) 0,000 15

Grupo II

Na resposta a cada um dos cinco itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que efetuares, explica os raciocínios e justifica as conclusões.

- Como sabes, 1910 foi o ano da implantação da República em Portugal.
Admite que a população de Portugal Continental, em milhões de habitantes, t anos após o início de 1910, é dada aproximadamente por:

$$p(t) = \frac{11,742}{1 + 1,06e^{-0,022t}} \quad (t \geq 0)$$

- De acordo com este modelo, em que ano é que a população de Portugal Continental atingiu dez milhões de habitantes?

Teste 3

FUNÇÕES
EXPONENCIAIS
E FUNÇÕES
LOGARÍTMICAS.
FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL
REAL.
CÁLCULO COMBINATÓRIO.
PROBABILIDADES

- b) Desde o instante $t = 0$ até um certo instante $t = a$, a população de Portugal Continental aumentou, em média, 50 000 habitantes por ano. Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de a .

Na tua resposta:

- equaciona o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver a equação;
- apresenta o valor de a arredondado às unidades.

2. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{x-1} - x + 3 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{\ln(4x-3)}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

- a) Justifica que a função f é contínua.
- b) Estuda a função f quanto às assíntotas ao seu gráfico.
- c) Estuda, quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, a restrição da função f ao intervalo $]-\infty, 1]$.

3. Para cada número real k , seja g a função de domínio $]-\frac{1}{2}, +\infty[$ definida por:

$$g(x) = k + \frac{x+2}{2} \ln(2x+1) - \ln(5)$$

- a) Determina o conjunto dos valores de k para os quais o teorema de Bolzano-Cauchy, aplicado no intervalo $[0, 2]$, garante a existência de pelo menos um zero da função g em $]0, 2[$.
- b) Considera $k = 0$. Estuda a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

4. Seja E o espaço amostral associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Sabe-se que $P(B) \neq 1$ e que A e \bar{B} são acontecimentos equiprováveis.

Prova que $P(\bar{A}|\bar{B}) - P(A \cap B) = P(B) \times P(B|A)$.

5. Seja f a função de domínio \mathbb{R}^+ definida por $f(x) = p \log_q(x)$

(p designa um número real positivo e q designa um número real maior do que 1).

Seja a um número real positivo. Seja A o ponto do gráfico de f cuja abcissa é a e seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto A .

Sejam B e C os pontos de interseção da reta r com os eixos das ordenadas e das abcissas, respetivamente. Sabe-se que o ponto B tem ordenada positiva.

Seja D o ponto de coordenadas $(a, 0)$.

Determina o valor de a , sabendo que o triângulo $[ACD]$ é isósceles e que o triângulo $[BCD]$ é retângulo.

FIM